



BUKU AJAR

PERSAMAAN BEDA

Difference Equations

$$y_{n+1} = a \cdot y_n + b_n$$



PENULIS

Dr. Muhamad Deni Johansyah, Drs., M.M.



Departemen Matematika · Fakultas MIPA
Universitas Padjadjaran

2026

BUKU AJAR PERSAMAAN BEDA

Oleh:

Dr. Muhamad Deni Johansyah, Drs., M.M.



BUKU AJAR PERSAMAAN BEDA

Copyright © 2026 pada penulis.

ISBN:

Penulis:

Dr. Muhamad Deni Johansyah, Drs., M.M.

Diterbitkan pertama kali oleh:

Unibi Press

Anggota IKAPI, Jawa Barat, 2021

Jl. Soekarno Hatta no. 643, Bandung, Jawa Barat 40285

Tlp./SMS/Whatsapp : 0812-222-881-89

unibipress@unibi.ac.id

Hak cipta dilindungi undang–undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ke dalam bentuk apapun, secara elektoris maupun mekanis, termasuk fotocopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya tanpa seizin tertulis dari penerbit.

Undang-undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Subhanahu wa Ta'ala, yang atas rahmat dan karunia-Nya buku ajar Persamaan Beda ini dapat diselesaikan dengan baik.

Persamaan beda (difference equations) merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari hubungan antarsuku suatu barisan melalui indeks diskretnya. Sebagai padanan diskret dari persamaan diferensial, persamaan beda menjadi alat yang penting untuk memodelkan berbagai fenomena yang berubah secara bertahap, seperti pertumbuhan populasi, dinamika ekonomi, sistem rekursif, metode numerik, hingga sistem dinamik diskret. Pemahaman yang kuat terhadap persamaan beda akan membekali mahasiswa dengan kerangka berpikir yang runtut dalam menganalisis perilaku suatu sistem dari waktu ke waktu. Buku ini disusun secara sistematis dan bertahap, dari konsep dasar hingga topik lanjutan. Pembahasan diawali dengan pendahuluan dan persamaan beda linear orde satu (Bab I), dilanjutkan dengan titik kesetimbangan atau equilibrium points (Bab II), solusi numerik (Bab III), serta uji kestabilan titik kesetimbangan (Bab IV). Selanjutnya dibahas titik periodik dan cycle (Bab V), kalkulus beda (Bab VI), teori umum persamaan beda linear (Bab VII), solusi persamaan beda homogen order- k (Bab VIII), dan solusi persamaan beda linear non-homogen (Bab IX). Hal yang membanggakan, buku ini merupakan hasil kerja kolaboratif antara penulis dan para mahasiswa Kelompok Bidang Keahlian (KBK) Analisis Angkatan 2022 dan 2023. Keterlibatan mahasiswa dalam penyusunan contoh, penyelesaian soal, dan penyuntingan materi menjadikan buku ini bukan sekadar bahan ajar, melainkan juga wujud nyata pembelajaran aktif yang mendekatkan teori dengan cara pandang mahasiswa. Untuk itu, penulis menyampaikan penghargaan dan terima kasih yang setinggi-tingginya kepada seluruh mahasiswa yang telah berkontribusi. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada pimpinan dan rekan-rekan sejawat di Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran, serta kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan, masukan, dan motivasi selama proses penyusunan buku ini. Penulis menyadari bahwa buku ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari para pembaca sangat penulis harapkan demi penyempurnaan pada edisi berikutnya. Semoga buku ini bermanfaat bagi mahasiswa, dosen, dan siapa pun yang ingin mendalami persamaan beda.

Jatinangor, 1 Juli 2026

Penulis,

Dr. Muhamad Deni Johansyah, Drs., M.M.

DAFTAR ISI

BAB I PENDAHULUAN	1
• 1.1 Persamaan Beda Linear Orde 1	1
a. 1.2 Persamaan Beda Linear Orde 1 Homogen.....	4
b. 1.3 Persamaan Beda Linear Orde 1 Nonhomogen	7
1.4 Kasus-Kasus Spesial Penting.....	12
BAB II EQUILIBRIUM POINTS (TITIK KESEIMBANGAN).....	20
1. 2.1 Metode Stair Step (Cobweb) Diagram.....	25
2. 2.2 Terapan di Ekonomi	28
BAB III SOLUSI NUMERIK UNTUK PERSAMAAN DIFERENSIAL.....	33
1) 3.1 Metode Euler	33
2) 3.2 Metode Non-Standard	39
BAB IV UJI TURUNAN UNTUK MENENTUKAN KESTABILAN EP	45
1. 4.1 Uji Turunan Pertama	45
2. 4.2 Uji Turunan Kedua dan Ketiga	45
3. 4.3 Uji Turunan Schwarzian.....	45
BAB V TITIK PERIODIK & CYCLE	48
BAB VI KALKULUS BEDA	72
6.1 Operator Beda.....	72
6.2 Operator Shift	72
6.3 Power Shift.....	75
6.4 Polinomial Faktorial	76
6.5 Operator Anti Beda	79
5. 6.6 Formula Penjumlahan Abel	81
6. 6.7 Teorema Newton	81
BAB VII TEORI UMUM PERSAMAAN BEDA LINEAR.....	83
7.1 Bentuk Umum Persamaan Beda Linear Non Homogen.....	83
BAB VIII SOLUSI PERSAMAAN BEDA HOMOGEN ORDER-K.....	91
BAB IX SOLUSI PERSAMAAN BEDA LINEAR NON-HOMOGEN DENGAN KOEFISIEN TAK TENTU.....	96

DAFTAR GAMBAR

Gambar 5.1	Grafik $T(x)$ dan garis identitas $y = x$ beserta titik tetap	41
Gambar 5.2	Grafik dengan fixed points.....	43
Gambar 5.3	Grafik: titik membentuk 2-cycle	44
Gambar 5.4	Grafik: titik-titik potong mengindikasikan 3-cycle.....	44
Gambar 5.5	Grafik $F(x)$, $F^2(x)$, dan $F^3(x)$ untuk Soal 1	49

DAFTAR TABEL

Tabel 9.1 Solusi Partikular.....	85
----------------------------------	----